



INSPECTORATUL  
ȘCOLAR JUDEȚEAN  
TULCEA



INSPECTORATUL  
ȘCOLAR  
JUDEȚEAN  
BACĂU



INSPECTORATUL  
ȘCOLAR JUDEȚEAN  
TELEORMAN

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ  
„LAURENȚIU PANAITOPOL”  
EDIȚIA A XV-A

SUBIECTE

Clasa a IX-a

**Problema 1.** Fie  $a_1, a_2, \dots, a_{2026}$  o secvență formată din 2026 de numere naturale cu proprietatea: din oricare trei termeni consecutivi, unul este media aritmetică a celorlalți doi. Dacă  $a_1 = 1$  și  $a_2 = 2$ , determinați numărul maxim de termeni egali cu 0 din secvență.

**Problema 2.** Determinați funcțiile  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  pentru care

$$f(x + y) = \max(f(x), y) + \min(f(y), x),$$

oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**Problema 3.** În interiorul triunghiului  $ABC$  se alege la întâmplare punctul  $D$ . Paralelele duse prin  $D$  la  $BC$ ,  $CA$ , respectiv  $AB$  intersectează laturile triunghiului în punctele  $P$  și  $S$ ,  $N$  și  $R$ , respectiv  $M$  și  $Q$  (unde  $M, N \in BC$ ;  $P, Q \in AC$ ;  $R, S \in AB$ ). Demonstrați că:

- a) dacă  $D$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABC$  atunci el este centrul de greutate și al triunghiului  $MPR$ ;
- b) dacă triunghiurile  $MPR$  și  $SNQ$  au același centru de greutate, atunci acesta coincide cu  $D$ .

**Problema 4.** Fie  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât ecuația de gradul al doilea

$$(b + c)x^2 + (a + c)x + (a + b) = 0$$

nu are soluții reale. Demonstrați că  $4ac - b^2 \leq 3a(a + b + c)$ .

*Fiecare problemă se notează de la 0 la 21 de puncte și 16 puncte sunt din oficiu  
Timp de lucru: 4 ore*